AdvanteX

Исследование влияния джиттера тактового сигнала на цифро-аналоговое преобразование

AdvanteX Research Lab, 2004

Теоретические основы и результаты эксперимента

Аннотация

Работа посвящена исследованию влияния временного разброса фронта и фазового шума тактового сигнала на цифроаналоговое преобразование, представляющее собой интерполяцию нулевого порядка. Представлены методы оценки спектральной плотности мощности шума цифро-аналогового преобразования, обусловленного фазовым шумом синхросигнала. При помощи разработанной в рамках исследования установки проведен эксперимент, подтверждающий полученные теоретически результаты.

Описанные методы могут быть использованы при расчете параметров устройств, в которых ключевую роль играет цифро-аналоговое преобразование, а так же для определения требований к характеристикам систем тактовой синхронизации (генераторов, синтезаторов, буферов тактового сигнала и т.д.) с целью упрощения и общего удешевления конструкции.

Для широкого круга специалистов, работающих в различных областях радиотехники.

Содержание

Список иллюстраций

Введение

Область применения цифро-аналогового преобразования с течением времени становится все шире, начиная от бытовой аудио и видео аппаратуры и заканчивая новейшими разработками в направлении техники связи, измерительных приборов и многого другого. Это связано как с повышением интеграции и развитием технологии производства микросхем, позволяющих вести цифровую обработку на больших скоростях, так и развитием методов цифроаналогового преобразования [1].

Несмотря на внутренние различия, ориентированные на круг решаемых задач, большинство используемых преобразователей имеют один и тот же принцип работы – на вход данных подается число соответствующей разрядности, а преобразование происходит по фронту тактового сигнала, подаваемого на вход синхронизации ЦАП. В результате в идеальном случае напряжение (ток) на выходе представляет собой прямоугольные импульсы с амплитудой, линейно зависящей от поданного на вход данных числа, и шириной равной интервалу времени между двумя следующими друг за другом фронтами тактового сигнала.

Общая задача цифро-аналогового преобразования состоит в как можно более точном восстановлении исходного оцифрованного сигнала (при предположении, что он имеет ширину спектра, соответствующую скорости Найквиста, а отсчеты взяты через один и тот же промежуток времени) [2].

В связи с этим возникает ряд принципиальных проблем. Во-первых, имеет место неточность представления входных данных, приводящая к шуму квантования. Этот вопрос довольно подробно изучен еще Беннетом в 1948г. [3]. Предложенная модель шума, имеющего равномерную спектральную плотность, была проверена им для большинства случаев, встречающихся на практике. Основной способ устранения этого недостатка – увеличение разрядности входных данных. В настоящее время даже высокоскоростные ЦАП имеют не менее 12-ти разрядов на входе данных, а специальные – до 24-х, что позволяет приблизить уровень шумов квантования практически к уровню теплового шума или, по крайней мере, к собственным шумам источников выходного напряжения (тока), уменьшение которых второй задачей, в настоящее время успешно решаемой [4]. Третья проблема непосредственно следует из вышеописанного принципа работы ЦАП (интерполяции нулевого порядка), приводящего к спаду вида sinx/x спектральной плотности выходного сигнала. К счастью это явление можно уменьшить, увеличив частоту дискретизации по отношению к ширине спектра оцифрованного сигнала и практически полностью устранить, произведя соответствующую коррекцию сигнала в цифровом виде [5].

Шумы, возникающие в результате описанных воздействий, хорошо изучены, для большинства случаев найдены соответствующие модели, позволяющие оценить с большей или меньшей точностью результаты влияния указанных факторов, но существует еще одна проблема, имеющая не меньшее значение, чем предшествующие. Дело в том, что моменты времени преобразования расположены друг относительно друга не на одном и том же расстоянии, а с некоторым разбросом, что приводит к искажению сигнала, которое можно представить в виде аддитивного шума, зависящего от характеристик входных данных и джиттера[1] тактового сигнала. Несмотря на многочисленные методы измерения различных параметров джиттера [6], его влияние на цифроаналоговое преобразование еще требует рассмотрения. Известные автору работы в этом направлении представляют лишь набор экспериментальных фактов для частных случаев, позволяющий лишь сделать верхнюю оценку.

Цель данной работы – для наиболее общего случая входных воздействий создать математическую модель, описывающую указанный процесс, на основании которой найти функциональную зависимость спектральной плотности мощности шума на выходе ЦАП от параметров входных сигналов, которые поддаются непосредственному измерению на практике. А так же проверить полученные теоретически выражения экспериментально, создав устройство, реализующее указанный процесс.

Результаты данного исследования найдут применение при расчете характеристик систем, в которых ключевую роль играет цифро-аналоговое преобразование, например, при прямом цифровом синтезе частоты, а так же для определения требований к характеристикам систем тактовой синхронизации (генераторов, синтезаторов, буферов тактового сигнала и т.д.) с целью упрощения и общего удешевления конструкции.

Проведенная работа состоит из двух частей – теоретической части и экспериментальной. В первой представлены теоретические аспекты указанной выше проблемы, предложена математическая модель, на основе которой поставлена и решена задача, во второй содержится описание и результаты проведенного эксперимента.

В рамках второй части, для экспериментальной проверки выводов, сделанных в первой, построена установка, получившая название DANG (Digital to Analog conversion Noise Generator – генератор шума цифроаналогового преобразования), внешний вид которой представлен на рис. 1. Установка DANG подключается к параллельному порту персонального компьютера. Реализуемый устройством интерфейс связи совместим со стандартом IEEE 1284 и поддерживает режимы EPP 1.9 и 1.7 чтения/записи. Для управления устройством написана программа (рис. 2) и набор драйверов для операционной системы Windows 2000/NT.

[1] (англ. jitter) Временной разброс (дрожание) фронта тактового сигнала

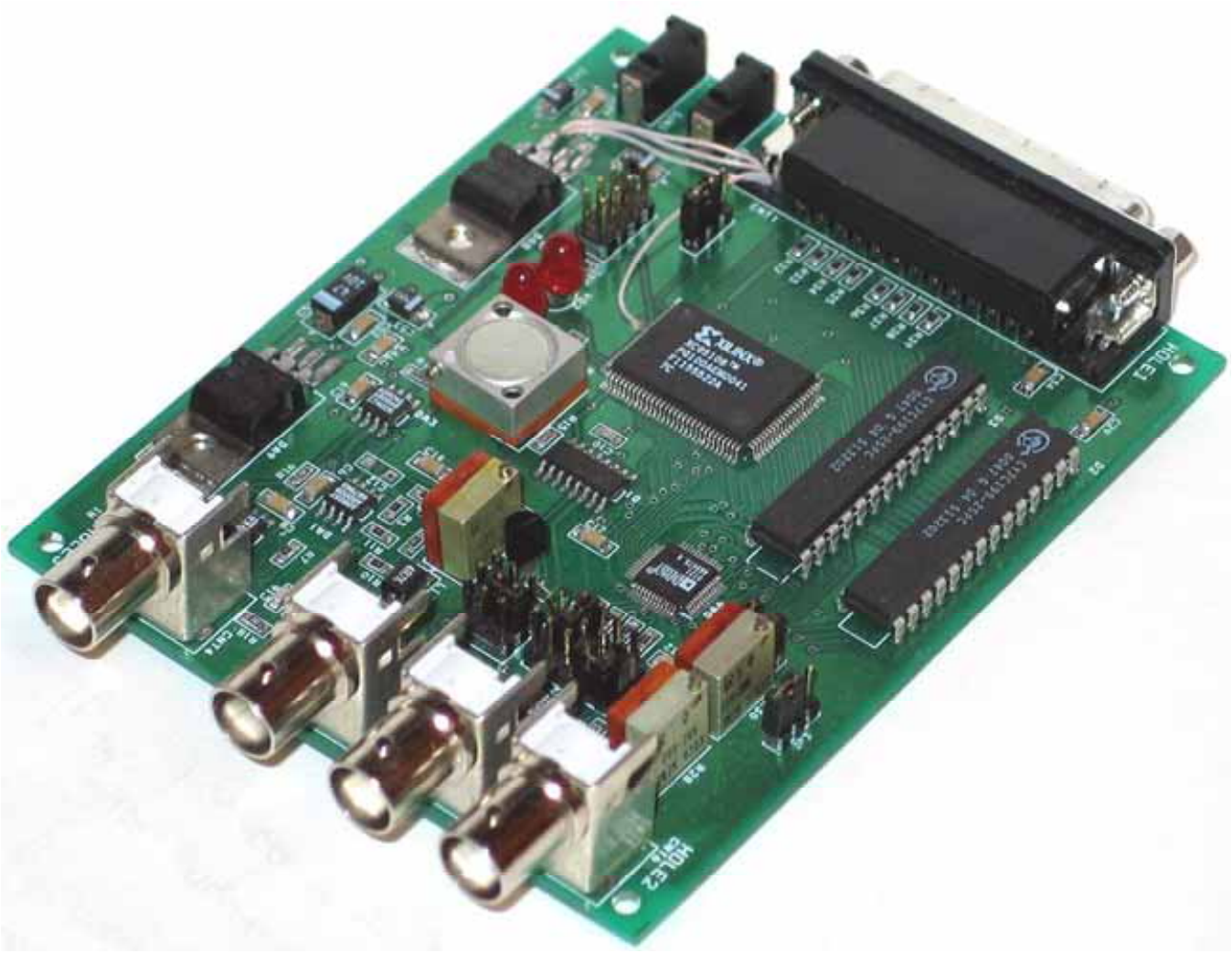


Рис. 1

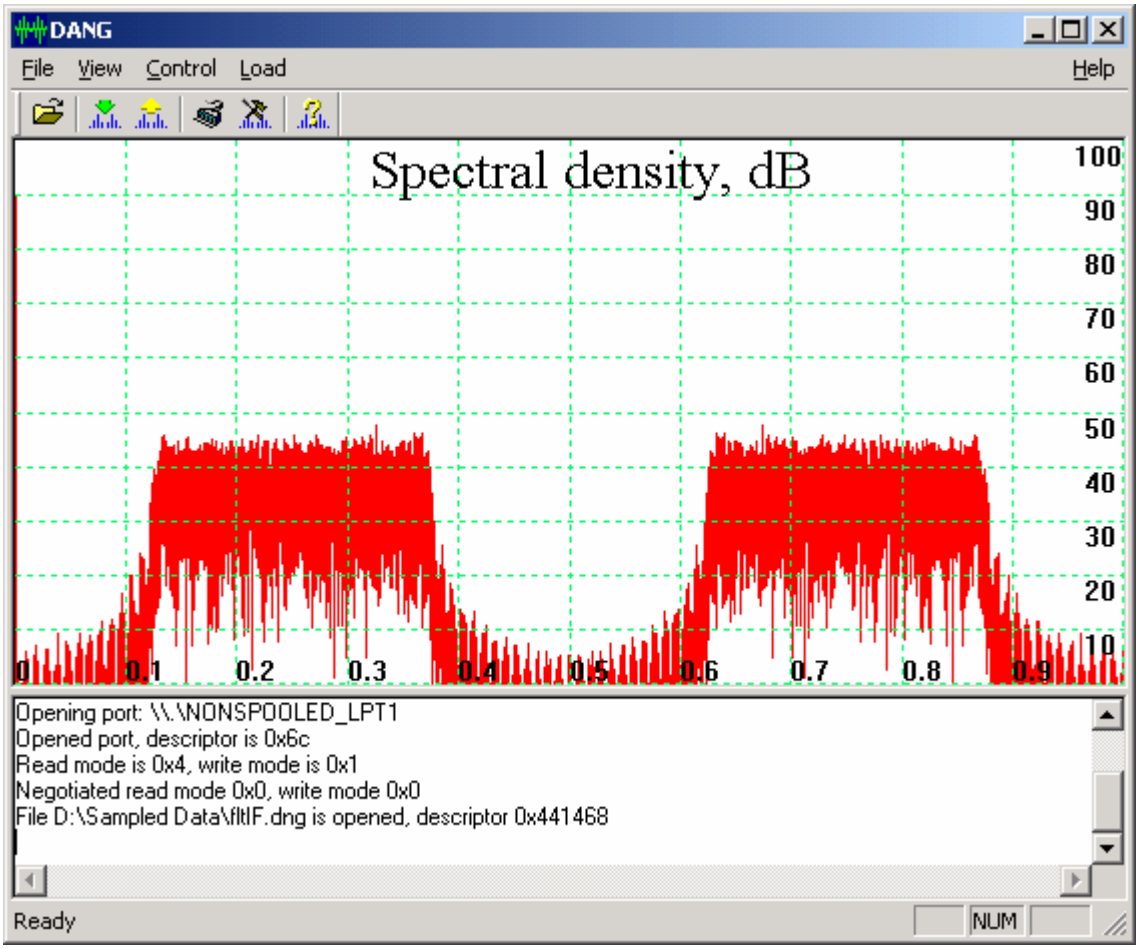

DANG
File View Control Load Help
Spectral density, dB
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9
Opening port: \\.\NONSPOOLED_LPT1
Opened port, descriptor is 0x6c
Read mode is 0x4, write mode is 0x1
Negotiated read mode 0x0, write mode 0x0
File D:\Sampled Data\fltIF.dng is opened, descriptor 0x441468
Ready
NUM

Рис. 2

Теоретическая часть

Ниже представлены теоретические аспекты указанной проблемы, предложена математическая модель, на основе которой поставлена задача и рассмотрено ее решение. Выбор модели и соответствующая ей постановка обусловлены набором исходных данных, поддающихся измерению на практике без использования специальной измерительной аппаратуры. Накладываемые ограничения в большинстве случаев выполняются с достаточной точностью, таким образом, не сужая область применимости данного метода.

Раздел содержит в себе следующие темы:

- ***Математическая модель. Постановка задачи***
  Описание математической модели и постановки
- ***Решение***
  Решение поставленной выше задачи
- ***Фазовые шумы. Jitter***[1]
  Указана связь между фазовыми шумами периодических сигналов и временным разбросом фронта тактового сигнала, используемая для практического определения значений входных параметров в решении.

Математическая модель. Постановка задачи

Пусть на вход преобразователя подается последовательность случайных величин $\xi_k \in R$, которая образует случайный процесс с дискретным временем $\{\xi_k\}$. На выходе преобразователя в моменты $\tau_k = k\tau + {}_\Delta\tau_k$, $-\infty < k < \infty$, появляются прямоугольные импульсы с соответствующей амплитудой ξ_k и длительностью $\tau_{k+1} - \tau_k$, рис. 3. Аналогично последовательность случайных величин ${}_\Delta\tau_k \in R$ будем рассматривать как процесс $\{{}_\Delta\tau_k\}$. Процесс на выходе преобразователя при $\tau_k = k\tau + {}_\Delta\tau_k$ обозначим $\eta_{s+n}(t)$, подчеркнув то, что он состоит из смеси сигнала и шума, а аналогичный ему процесс, но при $\tau_k = k\tau$, назовем сигналом и обозначим $\eta_s(t)$. Тогда шумом назовем процесс $\eta(t) = \eta_{s+n}(t) - \eta_s(t)$.

Примем следующие предположения о случайных процессах $\{\xi_k\}$ и $\{{}_\Delta\tau_k\}$:

- $\{\xi_k\}$ и $\{{}_\Delta\tau_k\}$ независимы;
- $\{\xi_k\}$ стационарен в широком смысле;[2]

[1] Временной разброс (дрожание) фронта тактового сигнала

[2] Стационарным в широком смысле будем называть процесс, для которого выполнены условия:

- $\{\Delta\tau_k\}$ стационарен в широком смысле;
- $|\Delta\tau_k| << \tau,\ \forall k$;
- производная функции Φ(ω) ограничена на отрезке [-π/τ;π/τ], где

$$\Phi(\omega)=\frac{4}{\tau^2}\int_{-\frac{\pi}{\tau}}^{\frac{\pi}{\tau}}\sin^2\frac{\omega_1\tau}{2}\Phi_\xi(\omega_1)\Phi_{\Delta\tau}(\omega-\omega_1)d\omega_1\ .^{1}$$

Считая известной спектральную плотность мощности, $\Phi_\xi(\omega)$, процесса $\{\xi_k\}$ и $\Phi_{\Delta\tau}(\omega)$ процесса $\{\Delta\tau_k\}$, найдем спектральную плотность, $\Phi_\eta(\omega)$, мощности шума, $\eta(t)$.[2]

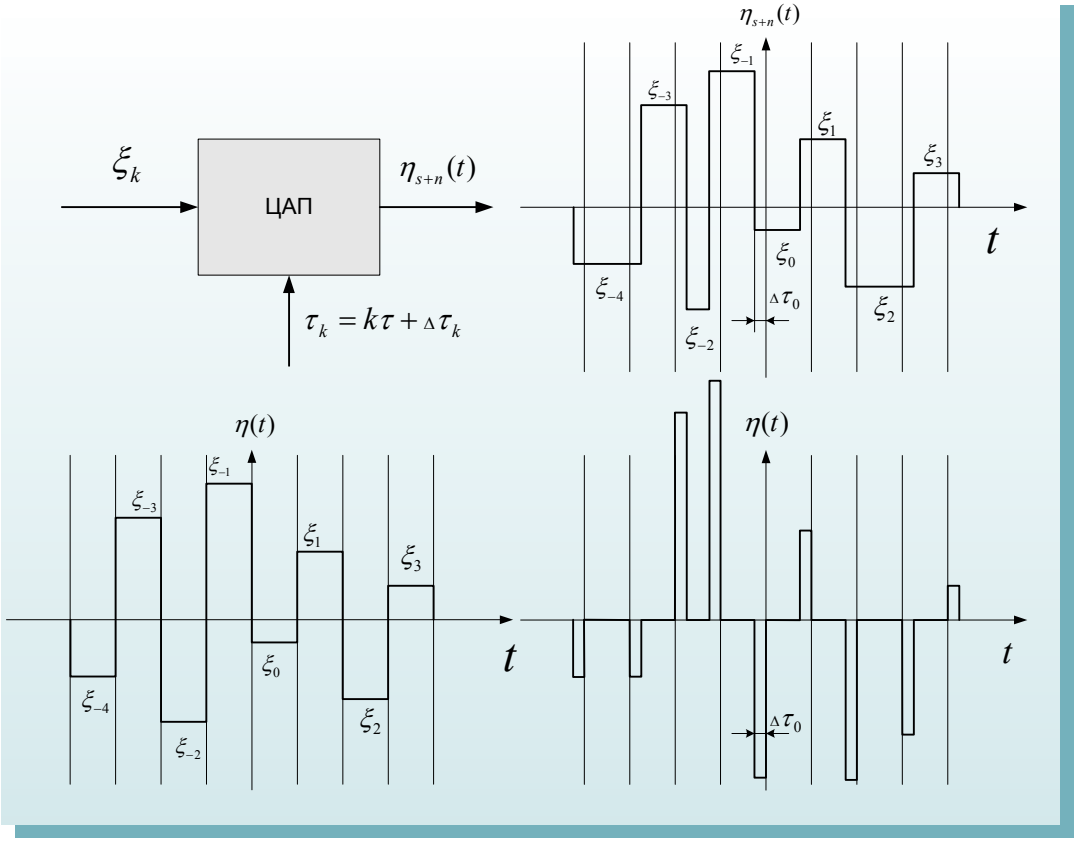


Рис. 3

$$p_1\left(f_{t_1+\tau};t_1+\tau\right)=p_1\left(f_{t_1};t_1\right),\forall\tau$$
$$p_2\left(f_{t_1+\tau},f_{t_2+\tau};t_1+\tau,t_2+\tau\right)=p_2\left(f_{t_1},f_{t_2};t_1,t_2\right),\forall\tau$$

$p_1\left(f_{t_1};t_1\right)$ и $p_2\left(f_{t_1},f_{t_2};t_1,t_2\right)$– одномерная и двумерная функции плотности вероятности случайного процесса $f(t)$, f_{t1} и f_{t2}– случайные величины, соответствующие процессу f в моменты времени t_1 и t_2.

[1] Как будет показано ниже, данная функция является спектральной плотностью мощности фазового шума на выходе ЦАП. Таким образом, требование дифференцируемости выполняется для подавляющего большинства практических случаев. $\Phi_\xi(\omega), \Phi_{\Delta\tau}(\omega)$— спектральные плотности мощности процессов $\{\xi_k\}$ и $\{\Delta\tau_k\}$ соответственно:

$$\Phi_\xi(\omega)=\frac{\tau}{2\pi}\sum_{k=-\infty}^{\infty}B_\xi(k)e^{-j\omega\cdot\tau k}\ ,\ \Phi_{\Delta\tau}(\omega)=\frac{\tau}{2\pi}\sum_{k=-\infty}^{\infty}B_{\Delta\tau}(k)e^{-j\omega\cdot\tau k}$$

$E(\xi)$ будем называть первый момент случайной величины ξ, а $B_\xi(m)$ — функцию корреляции стационарного в широком смысле случайного процесса с дискретным временем, т.е. $B_\xi(m)= E(\xi_k,\xi_n)$, $m= k-n$, аналогично для $\{\Delta\tau_k\}$.

[2] В качестве определения спектральной плотности мощности процесса примем выражение:

$$\Phi_f(\omega)=\frac{1}{2\pi}\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}E\left(\left|f_T^{(m)}(j\omega)\right|^2\right),$$

где $f_T^{(m)}(t)$ – функция, совпадающая на отрезке $[-T/2;T/2]$ с m-той реализацией процесса $f(t)$, и равная нулю вне этого отрезка (индекс m указывает на m-тую реализацию, а индекс T– на отрезок $[-T/2;T/2]$)

Решение

Обозначим через $\eta'^{(m)}_T(t)$ функцию, совпадающую на отрезке $[-T/2;T/2]$ с производной m-той реализации процесса $\eta(t)$, и равную нулю вне этого отрезка. Ее спектральная плотность энергии равна $|\eta'^{(m)}_T(j\omega)|^2/(2\pi)$, где $\eta'^{(m)}_T(j\omega)$ – Фурье образ функции $\eta'^{(m)}_T(t)$. Разделив это выражение на T, получим спектральную плотность средней на отрезке $[-T/2;T/2]$ мощности. Устремив T к бесконечности и усреднив результат по всем реализациям, а так же приняв во внимание то, что Фурье образ производной функции равен произведению образа функции на $j\omega$, получим выражение для спектральной плотности мощности процесса $\eta(t)$.

(1) $$\Phi_\eta(\omega)=\frac{1}{2\pi\omega^2}\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}E\left(\left|\eta'^{(m)}_T(j\omega)\right|^2\right)$$

Выразим $\eta'^{(m)}_T(j\omega)$ через значения $\xi_k^{(m)}$ и $\Delta\tau_k^{(m)}$ m-той реализации процессов $\{\xi_k\}$ и $\{\Delta\tau_k\}$ соответственно. Для этого представим Фурье образы производных реализаций, ограниченных, аналогично $\eta'^{(m)}_T(t)$, по времени отрезком $[-T/2;T/2]$, процессов $\eta_{s+n}(t)$ и $\eta_s(t)$ в следующем виде:

$$\eta'^{(m)}_{s_T}(j\omega)=\sum_{k=-N}^{N}\left(\xi_{k+1}^{(m)}-\xi_k^{(m)}\right)\cdot\exp(-j\omega k\tau),$$

$$\eta'^{(m)}_{s+n\,T}(j\omega)=\sum_{k=-N}^{N}\left(\xi_{k+1}^{(m)}-\xi_k^{(m)}\right)\cdot\exp\left(-j\omega\left(k\tau+\Delta\tau_k^{(m)}\right)\right),\ N=T/(2\tau)$$

Вычтя из второго выражения первое, разложив $\exp(-j\omega\Delta\tau_k^{(m)})$ в ряд относительно $\Delta\tau_k^{(m)}$, пренебрежем членами выше первой степени, затем умножим результат на комплексно сопряженный ему, получим:

$$\left|\eta'^{(m)}_T(j\omega)\right|^2=\sum_{k=-N}^{N}\sum_{n=-N}^{N}\left(\xi_{k+1}^{(m)}-\xi_k^{(m)}\right)\left(\xi_{n+1}^{(m)}-\xi_n^{(m)}\right)\cdot\exp\left(-j\omega(k-n)\tau\right)\cdot\omega^2\Delta\tau_k^{(m)}\Delta\tau_n^{(m)}+$$
$$+o\left(\rho\left(\Delta\tau_k^{(m)}\Delta\tau_n^{(m)}\right)\right)$$

$$\Delta\tau_k^{(m)}/\tau<<1\ (\forall m,k)$$

Далее условие $\Delta\tau_k^{(m)}/\tau<<1$ $(\forall m,k)$ будет подразумеваться, и остаточный член в равенстве будем при записи опускать. Т.к. процессы $\{\xi_k\}$ и $\{\Delta\tau_k\}$ независимы и стационарны в широком смысле, то

$$E\left(\left|\eta'^{(m)}_T(j\omega)\right|^2\right)=\sum_{k=-N}^{N}\sum_{n=-N}^{N}\left(2B_\xi(k-n)-B_\xi(k-n-1)-B_\xi(k-n+1)\right)\times$$
$$\times\omega^2B_{\Delta\tau}(k-n)\cdot\exp\left(-j\omega(k-n)\tau\right)$$

Избавимся от двойной суммы, перейдя к переменной $i=k-n$, затем подставим получившееся выражение в (1), получим

(2) $$\Phi_\eta(\omega)=\frac{1}{2\pi\tau}\lim_{N\to\infty}\frac{2N+1}{2N}\cdot\sum_{i=-N}^{N}\left(2B_\xi(i)-B_\xi(i-1)-B_\xi(i+1)\right)B_{\Delta\tau}(i)\,e^{-j\omega\cdot\tau i}-$$
$$-\frac{1}{2\pi\tau}\lim_{N\to\infty}\frac{2}{2N}\sum_{i=-N}^{N}|i|\cdot\left(2B_\xi(i)-B_\xi(i-1)-B_\xi(i+1)\right)B_{\Delta\tau}(i)\,e^{-j\omega\cdot\tau i}$$

Покажем, что второй предел, входящий в выражение (2) равен нулю. Для этого обозначим $B(i)=(2B_\xi(i)-B_\xi(i-1)-B_\xi(i+1))B_{\Delta\tau}(i)/\tau^2$,

тогда спектр мощности $\Phi(\omega)$, соответствующий корреляционной функции $B(i)$, будет определяться сверткой

$$\Phi(\omega)=\frac{4}{\tau^2}\int_{-\frac{\pi}{\tau}}^{\frac{\pi}{\tau}}\sin^2\frac{\omega_1\tau}{2}\Phi_\xi(\omega_1)\Phi_{\Delta\tau}(\omega-\omega_1)d\omega_1$$

Воспользовавшись тем, что

$$\sum_{i=-N}^{N}|i|\cdot B(i)\,e^{-j\omega\cdot\tau i}=2\sum_{i=1}^{N}i\cdot B(i)\,\cos(\omega\tau\cdot i),$$

выразив $iB(i)$ через $d\Phi(\omega)/d\omega$, а так же учтя то, что производная функции $\Phi(\omega)$ ограничена на отрезке $[-\pi/\tau;\pi/\tau]$, получим

$$\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{i=-N}^{N}|i|\cdot B(i)\,e^{-j\omega\cdot\tau i}\cong\int_{-\frac{\pi}{\tau}}^{\frac{\pi}{\tau}}\frac{d\Phi(\omega_1)}{d\omega_1}\left(\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\cos(\omega\tau\cdot i)\,e^{-j\omega_1\cdot\tau i}\right)d\omega_1=0$$

Заметим, что оставшаяся часть выражения (2) представляет собой дискретное преобразование Фурье от произведения корреляционных функций, т.е. свертку в частотной области. Таким образом, получаем

(3) $$\Phi_\eta(\omega)=\frac{4}{\tau^2}\int_{-\frac{\pi}{\tau}}^{\frac{\pi}{\tau}}\sin^2\frac{\omega_1\tau}{2}\cdot\Phi_\xi(\omega_1)\cdot\Phi_{\Delta\tau}(\omega-\omega_1)d\omega_1\ ,\ \Delta\tau_k^{(m)}/\tau<<1\ (\forall m,k)$$

Фазовые шумы. Jitter

Т.к. спектральная плотность мощности процесса $\{\Delta\tau_k\}$, входящая в выражение (3), не поддается непосредственному измерению, попробуем связать ее с какими-либо параметрами тактового сигнала. Для этого рассмотрим спектр периодического сигнала под воздействием случайного процесса $\varphi(t)$ со спектральной плотностью $\Phi_\varphi(\omega)$, представляющего собой добавку к фазе идеального тактового сигнала. Представим периодический сигнал в виде ряда

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty}C_k e^{j\frac{2\pi}{\tau}k\cdot t}$$

С учетом шума $\varphi(t)$ выражение будет выглядеть так:

$$\upsilon(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}C_k e^{jk\left(\frac{2\pi}{\tau}\cdot t+\varphi(t)\right)},\ \mathrm{E}(\varphi(t))=0,\ \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}\varphi(t)dt=0.$$

Тогда спектральная плотность мощности $\Phi_\upsilon(\omega)$ равна

$$\Phi_\upsilon(\omega)=\frac{1}{2\pi}\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}E(\upsilon(t)\upsilon(t-\tau))dt\cdot e^{-j\omega\cdot\tau}d\tau$$ [1]

[1] Т.к.

$$E\left(\upsilon_T^{(m)}(j\omega)\upsilon_T^{(m)*}(j\omega)\right)=\int_{-\infty}^{\infty}\left[\int_{-\infty}^{\infty}E\left(\upsilon_T^{(m)}(\tau)\upsilon_T^{(m)}(\tau-t)\right)d\tau\right]e^{-j\omega\cdot t}dt\ ,$$

то в соответствии с данным выше определением спектральной плотности мощности имеет место указанное выражение для $\Phi_\upsilon(\omega)$

Подставляя сюда выражение для $\upsilon(t)$, получим

$$\Phi_\upsilon(\omega)=\frac{1}{2\pi}\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\sum_{n=-\infty}^{\infty}C_kC_n^{*}e^{j\frac{2\pi}{\tau}t(k-n)}e^{-j\tau_1\left(\omega-\frac{2\pi}{\tau}n\right)}E\left(e^{jk\varphi(t)-jn\varphi(t-\tau_1)}\right)dtd\tau_1$$

Если процесс $\varphi(t)$ стационарный, то $E\left(e^{jk\varphi(t)-jn\varphi(t-\tau_1)}\right)$ не зависит от t, тогда

$$\Phi_\upsilon(\omega)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}|C_k|^2\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}E\left(e^{jk(\varphi(t-\tau_1)-\varphi(t))}\right)\cdot e^{-j\left(\omega-\frac{2\pi}{\tau}k\right)\tau_1}d\tau_1$$

Разложив экспоненту в ряд и предположив, что ширина спектра $\Phi_\varphi(\omega)$ равна ΔW, и $\Delta W<<2\pi/\tau$, получим для частот в диапазоне $|\omega\pm2\pi/\tau|<\Delta W/2$

$$\Phi_\upsilon(\omega)=|C_1|^2\left[\delta\left(\omega\pm\tfrac{2\pi}{\tau}\right)+\Phi_\varphi\left(\omega\pm\tfrac{2\pi}{\tau}\right)\right].$$

Таким образом, подобрав полосу пропускания перенастраиваемого фильтра анализатора спектра так, чтобы был виден выступ первой гармоники сигнала, можно найти спектр фазового шума $\Phi_\varphi(\omega)$. Определим связь между спектрами мощности процессов $\varphi(t)$ и $\{\Delta\tau_k\}$ (или $\Delta\tau(t)$).

Очевидно, что

$$\frac{2\pi}{\tau}\left(k\tau+\Delta\tau_k\right)+\varphi\left(k\tau+\Delta\tau_k\right)=2\pi\cdot k$$

Разложим $\varphi(k\tau+\Delta\tau_k)$ в ряд в окрестности точки $k\tau$

$$\frac{2\pi}{\tau}\Delta\tau_k=-\varphi(k\tau)-\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{k!}\frac{d^n\varphi}{dt}(k\tau)\cdot\Delta\tau_k{}^n$$

Предположим, что ширина спектра $\Phi_\varphi(\omega)$ равна ΔW, и $\Delta W<<2\pi/\tau$, тогда можно пренебречь той частью, что находится под знаком суммы, т.е. можно написать, что $\frac{2\pi}{\tau}\Delta\tau_k=-\varphi(k\tau)$, значит

$$\Phi_\varphi(\omega)=(2\pi/\tau)^2\cdot\Phi_{\Delta\tau}(\omega)$$

С учетом этого соотношения выражение (3) можно переписать в следующем виде, удобном для применения на практике:

(4) $$\Phi_\eta(\omega)=\frac{1}{\pi^2}\int_{-\frac{\pi}{\tau}}^{\frac{\pi}{\tau}}\sin^2\frac{\omega_1\tau}{2}\cdot\Phi_\xi(\omega_1)\cdot\Phi_\varphi(\omega-\omega_1)d\omega_1$$

Экспериментальная часть

Для экспериментальной проверки выводов, сделанных в теоретической части, построена установка, получившая название DANG (Digital to Analog conversion Noise Generator), генератор шума цифро-аналогового преобразования. Экспериментальная часть содержит следующие разделы:

- ***Описание экспериментальной установки***

  Описание устройства на функциональном уровне

- ***Математическая модель экспериментальной установки***

  Предложена математическая модель устройства, отражающая его основные характеристики и используемая в дальнейшем при расчете теоретических значений параметров сигнала на выходе устройства.

- ***Результаты эксперимента***

  Приведены теоретические и экспериментальные значения параметров исследуемого процесса $\eta(t)$ при различных входных воздействиях

Описание экспериментальной установки

Установка DANG отражает основные элементы математической модели, описанной в теоретической части и предоставляет возможность непосредственного измерения значений параметров, определенных в математической модели. На рис. 4 представлена функциональная схема установки, в состав которой входят следующие части:

блок управления (БУ) – реализует интерфейс связи с персональным компьютером в соответствии со стандартом IEEE 1284, поддерживает режим EPP и циклы согласования и завершения. Он также отвечает за режим работы установки (основной, запись в ЗУ, чтение из ЗУ), формирование адреса и стробов управления памятью (ЗУ);

память (ЗУ) – в основном режиме содержит отрезок реализации случайного процесса $\{\xi_k\}$;

сдвоенный ЦАП (2хЦАП) – представляет собой два независимых цифро-аналоговых преобразователя, коэффициенты передачи которых могут регулироваться;

цифровой фазовый модулятор (ЦФМ) – служит для формирования процесса $\{{}_{\Delta}\tau_k\}$ путем модуляции фазы исходного тактового сигнала (2MHz) случайным процессом, подаваемым на его вход, обеспечивая при этом синхронность с тактовым сигналом в пределах $\pm\pi$;

ЦФМ в свою очередь состоит из следующих блоков:

дифференцирующего устройства (ДУ);

фильтра НЧ (ФНЧ), подавляющего нежелательные высокочастотные выбросы;

цифрового частотно-фазового детектора (ЧФД);

петлевого фильтра (ПФ), обеспечивающего требуемые передаточные характеристики по фазе, а также устойчивость ЦФМ;

сумматора;

генератора, управляемого напряжением (ГУН).

Работу установки можно разделить на несколько этапов в порядке выполнения:

инициализация при включении питания;

установка режима EPP параллельного порта;

установка режима записи в ЗУ из ПК;

запись в ЗУ отрезка реализации процесса $\{\xi_k\}$;

установка режима чтения из ЗУ в ПК;

чтение из ЗУ отрезка реализации для проверки содержимого ЗУ (если обнаружено различие, программа выводит сообщение об ошибке и предлагает повторить запись);

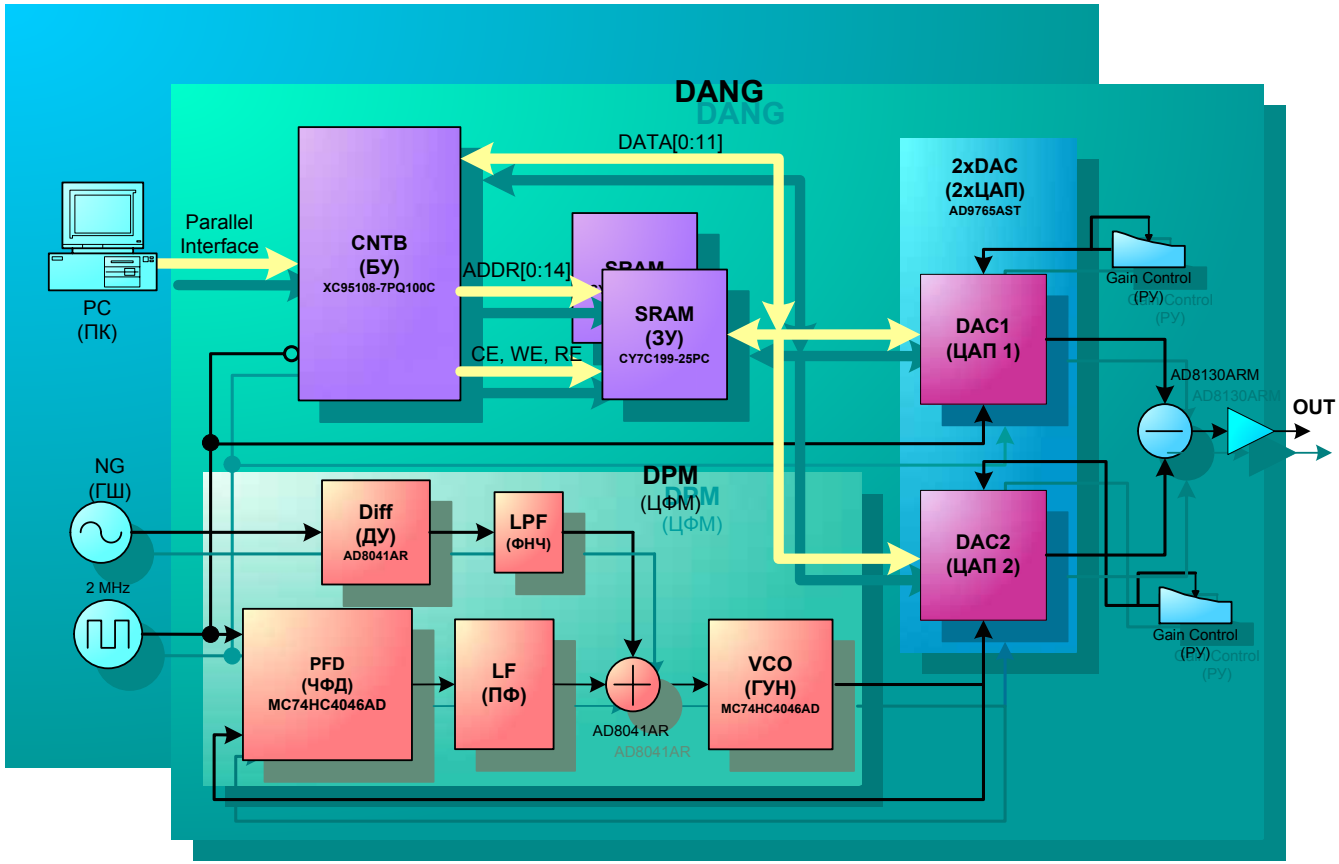
установка основного режима устройства, в котором производятся все необходимые измерения;

завершение и перевод параллельного порта ПК в режим совместимости в соответствии со стандартом IEEE 1284.

В основном режиме данные из ЗУ подаются по обратному фронту тактового сигнала на входы преобразователей ЦАП1 и ЦАП2, само же преобразование происходит в ЦАП1 по переднему фронту тактового сигнала, а в ЦАП2 – по переднему фронту сигнала, подаваемого с выхода ЦФМ. Таким образом, на выходе ЦАП1 в соответствии с математической моделью имеем сигнал, а на выходе ЦАП2 – смесь сигнала и шума. Далее берется их разность, т.е. интересующий нас шум, и подается на усилитель. Процесс $\{{}_{\Delta}\tau_k\}$ формируется цифровым фазовым модулятором (ЦФМ), на вход которого подается исходный тактовый сигнал (2MHz) и случайный процесс, соответствующий $\{{}_{\Delta}\tau_k\}$.

Функциональная схема DANG

(генератора шума цифро-аналогового преобразования)



Условные обозначения:

БУ	блок управления	ЧФД	частотно-фазовый детектор
ЗУ	запоминающее устройство	ПФ	петлевой фильтр
ЦАП	цифро-аналоговый преобразователь	ГУН	генератор, управляемый напряжением
РУ	регулировка усиления	ГШ	генератор шума
ДУ	дифференцирующее устройство	ЦФМ	цифровой фазовый модулятор
ФНЧ	фильтр низких частот	ПК	персональный компьютер

Рис. 4

Математическая модель экспериментальной установки

В основе принципиальной электрической схемы DANG, лежит математическая модель, представленная на рис. 5. Данная модель требуется для расчета параметров выходного сигнала по заданным входным данным. Конкретный вид характеристик $H_{LP}(j\omega)$ и $H_D(j\omega)$ и все требуемые расчеты подробно описаны в документации на аппаратную часть DANG, здесь приведем лишь результирующую передаточную характеристику линеаризованного ЦФМ (рис.6). Следуя графику, пологий участок находится в диапазоне 10–300kHz, коэффициент передачи при этом приблизительно равен π/2. Таким образом, в указанном диапазоне имеют место выражения:

$$\varphi(t) = \frac{\pi}{2} U_{in}(t),\ \Phi_{\varphi}(\omega) = \frac{\pi^2}{4} \Phi_{U_{in}}(\omega),$$

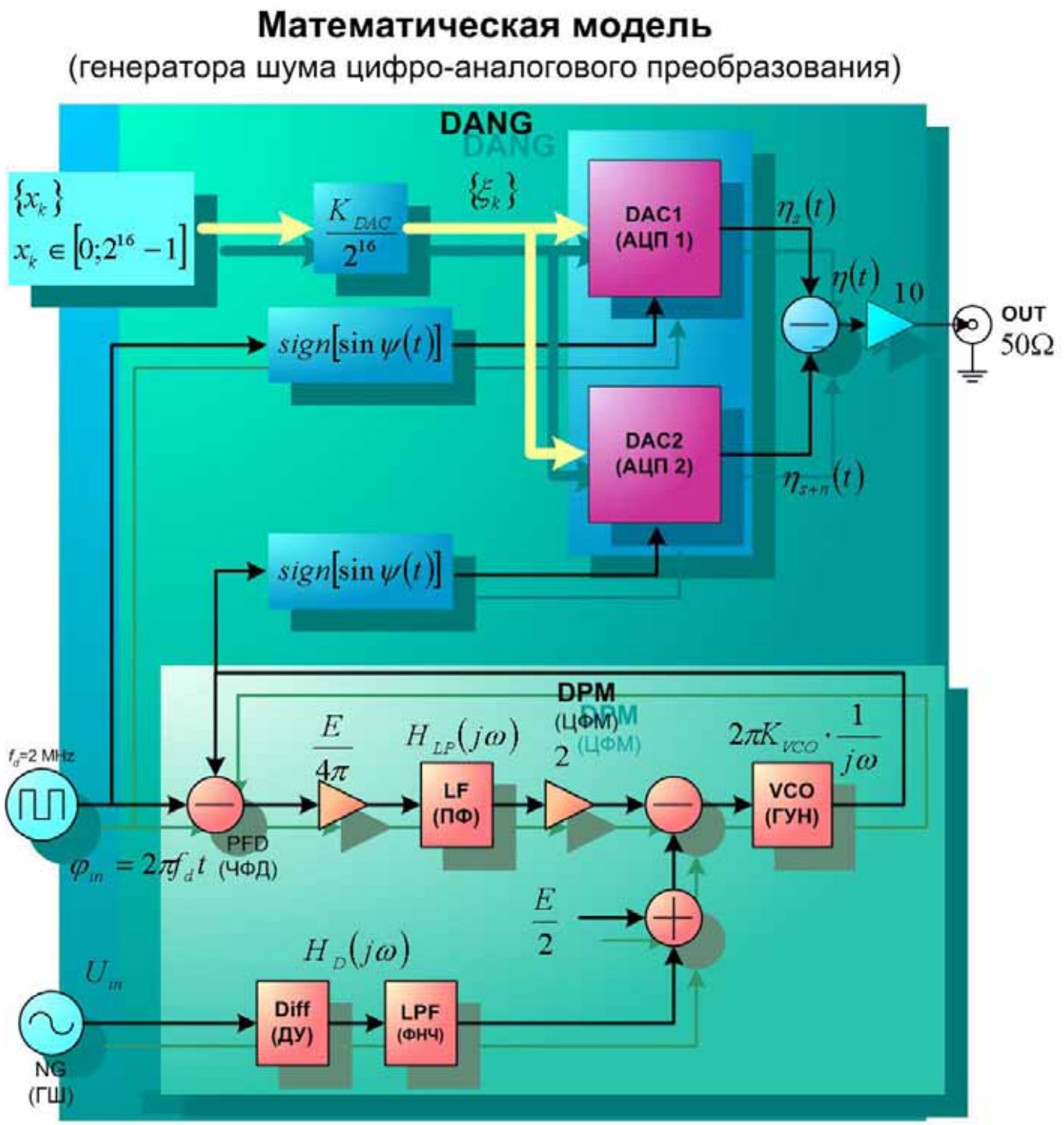
$$\Delta\tau_k = \frac{\tau}{4} U_{in}(k\tau),\ \Phi_{\Delta\tau}(\omega) = \frac{\tau^2}{16} \Phi_{U_{in}}(\omega).$$

Загружаемые в ЗУ отсчеты отрезка реализации представляют собой 16-ти разрядные целые x_k, тогда

$$\xi_k = \frac{x_k}{2^{16}} K_{DAC},$$

где K_{DAC} может регулироваться в пределах 0.5–1.0.

Следует также обратить внимание на то, что разность сигналов с выходов преобразователей (т.е. $\eta(t)$) подается на усилитель с коэффициентом усиления равным 10 и выходным сопротивлением 50Ω. Т.е. если устройство работает на холостую нагрузку, то на выходе имеем $10\eta(t)$, а если на согласованную нагрузку 50Ω, то $5\eta(t)$.



Условные обозначения:

$H_D(j\omega)$	передаточная характеристика дифференциатора и ФНЧ
$H_{LP}(j\omega)$	передаточная характеристика петлевого фильтра
K_{VCO}	крутизна ГУН, [V/Hz]
K_{DAC}	коэффициент передачи ЦАП по напряжению относительно полной шкалы
E	напряжение питания (5V)

Рис. 5

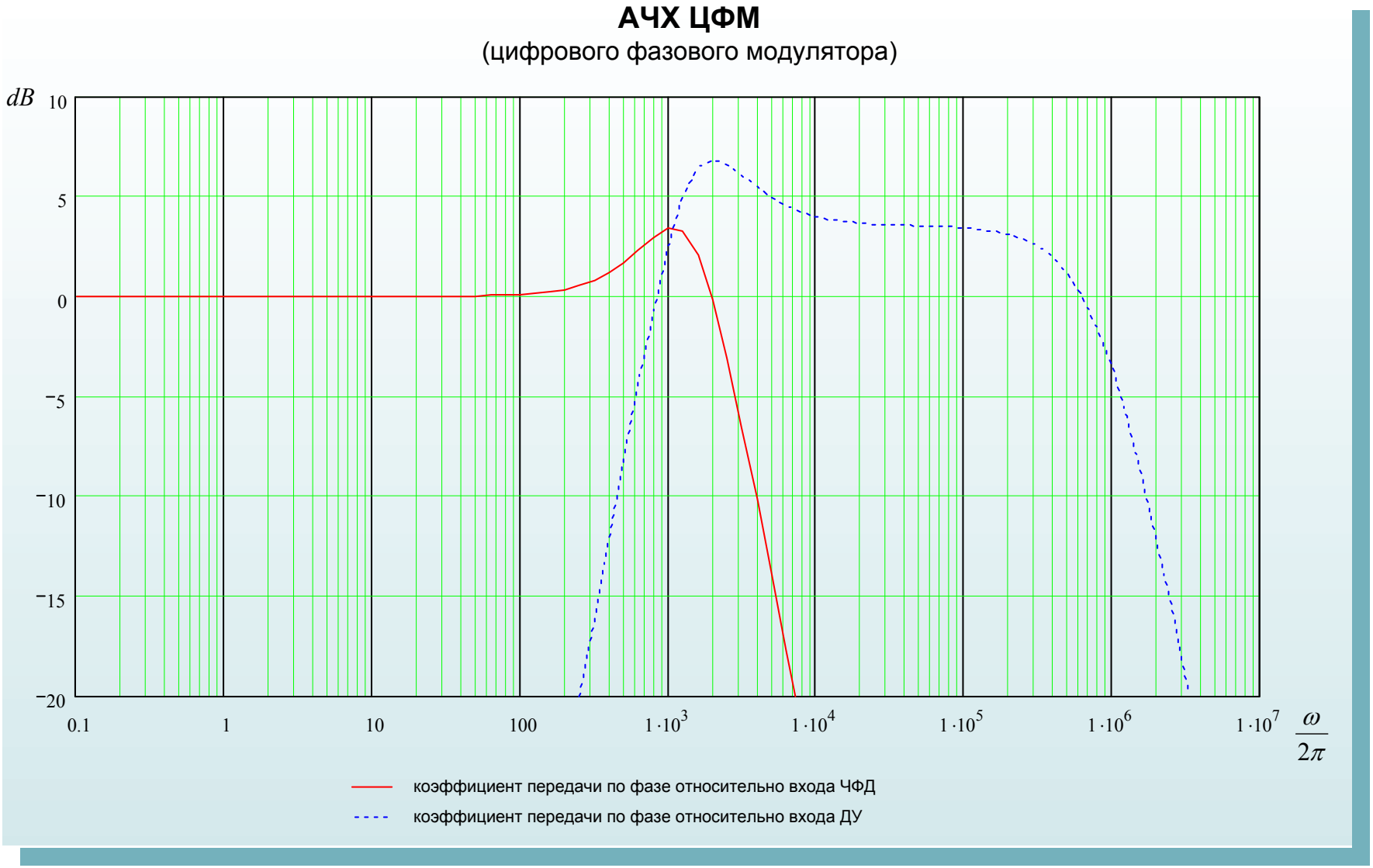

АЧХ ЦФМ
(цифрового фазового модулятора)
dB
10
5
0
−5
−10
−15
−20
0.1
1
10
100
1·10^3
1·10^4
1·10^5
1·10^6
1·10^7
ω/2π
коэффициент передачи по фазе относительно входа ЧФД
коэффициент передачи по фазе относительно входа ДУ

Рис. 6

Результаты эксперимента

В качестве входных воздействий рассмотрены три случая:

1. отсчеты синусоиды на входе ЦАП, синусоида на входе ДУ ЦФМ;
2. отсчеты суммы синусоид различных частот на входе ЦАП, синусоида на входе ДУ ЦФМ;
3. широкополосный сигнал на входе ЦАП, синусоида малой частоты на входе ДУ ЦФМ.

Несмотря на то, что первые два пункта не отвечают требованиям, поставленным в теоретической части, тем не менее сделанные в ней выводы, обобщенные на случай детерминированных процессов, дают вполне приемлемые результаты. Рассмотрим их более подробно.

Произведем замену ω на $2\pi f$ в (4) и подставим

$$\Phi_{\xi}(f)=\frac{A_{\xi}^{2}}{4}\delta(f\pm f_{\xi}) \text{ и } \Phi_{\varphi}(f)=\frac{\pi^{2}A_{in}^{2}}{16}\delta(f\pm f_{\varphi}),$$

где A_{ξ}– амплитуда оцифрованной синусоиды в пересчете к выходу ЦАП, т.е.

$$A_{\xi}=\frac{\max(x_k)-\min(x_k)}{2\cdot 2^{16}}K_{DAC},$$

f_{ξ}– частота синусоиды, A_{in}– амплитуда синусоиды, подаваемой на вход ДУ ЦФМ, f_{φ}– ее частота. Таким образом, спектральная плотность сигнала на выходе DANG, нагруженного на 50Ω, равна

$$\Phi_{out}(f)=\frac{25\pi}{32}\sin\left(\pi\frac{f}{f_d}\right)A_{\xi}^{2}A_{in}^{2}\delta(f\pm f_{\xi}\pm f_{\varphi}),$$

f_d– частота дискретизации.

На рис. 7–13 представлены графики спектральной плотности мощности сигнала на выходе DANG при указанных входных воздействиях. На тех же рисунках приведены теоретические значения в соответствии с выражением (4) и математической моделью DANG. Следует обратить внимание на выступы в области частот $\pm f_{\xi}+kf_d$, k– целое. Они обусловлены как собственным джиттером ЦФМ, имеющем место и при $A_{in}=0$, так и продуктами остаточного члена, которым мы пренебрегли при выводе (4). Они особенно видны на рис. 7–9 при больших значениях A_{in} и сосредоточены на частотах $\pm f_{\xi}+nf_{\xi}+kf_d$, k,n– целые. При малых A_{in} это явление выражено в меньшей степени.

График на рис. 13 выполнен в линейном масштабе. Здесь можно наблюдать синусоидальную огибающую, соответствующую коэффициенту $\sin^2(\omega\tau/2)$ в выражении (3). Следует также заметить, что $\Phi_{out}(f)=\Phi_{out}(f\pm kf_d)$ в достаточно широком диапазоне частот, что находится в соответствии с общеизвестным фактом, что соотношение сигнал/шум обратно пропорционально квадрату центральной частоты сигнала. На рис. 14–15 представлен случай широкополосного сигнала на входе ЦАП с равномерной плотностью в диапазоне от 1/8 до 3/8 частоты дискретизации. На рис. 14 хорошо виден спад вида $\sin^2(x)/x^2$, а для шума на рис. 15 имеет место, в соответствии с (4), коэффициент вида $\sin^2(x)$.

Спектральная плотность сигнала на вых. DANG
при входном воздействии:

Вход	Сигнал	Ед. измерения
$U_{in}(t)$ (вх. ДУ)	$0.5\sin(2\pi f_0 t)$, f_0=30kHz	V
$\{\xi_k\}$ (вх.ЦАП)	$0.3\sin\left(\frac{\pi}{2}k\right)$	V

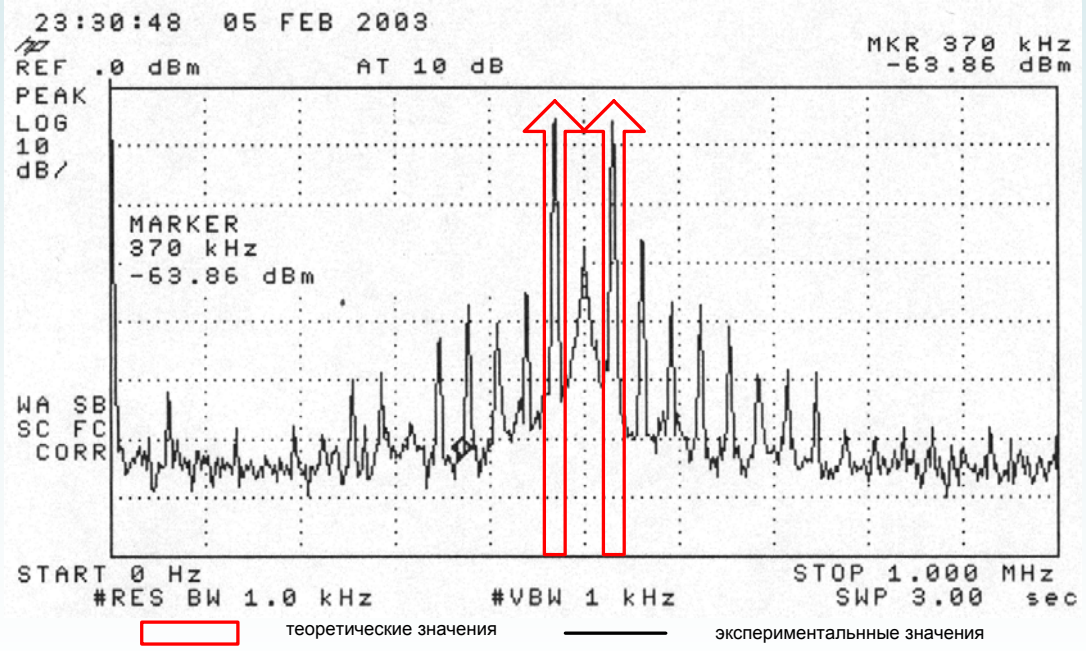


Рис. 7

Спектральная плотность сигнала на вых. DANG
при входном воздействии:

Вход	Сигнал	Ед. измерения
$U_{in}(t)$ (вх. ДУ)	$0.5\sin(2\pi f_0 t)$, f_0=130kHz	V
$\{\xi_k\}$ (вх.ЦАП)	$0.3\sin\left(\frac{\pi}{2}k\right)$	V

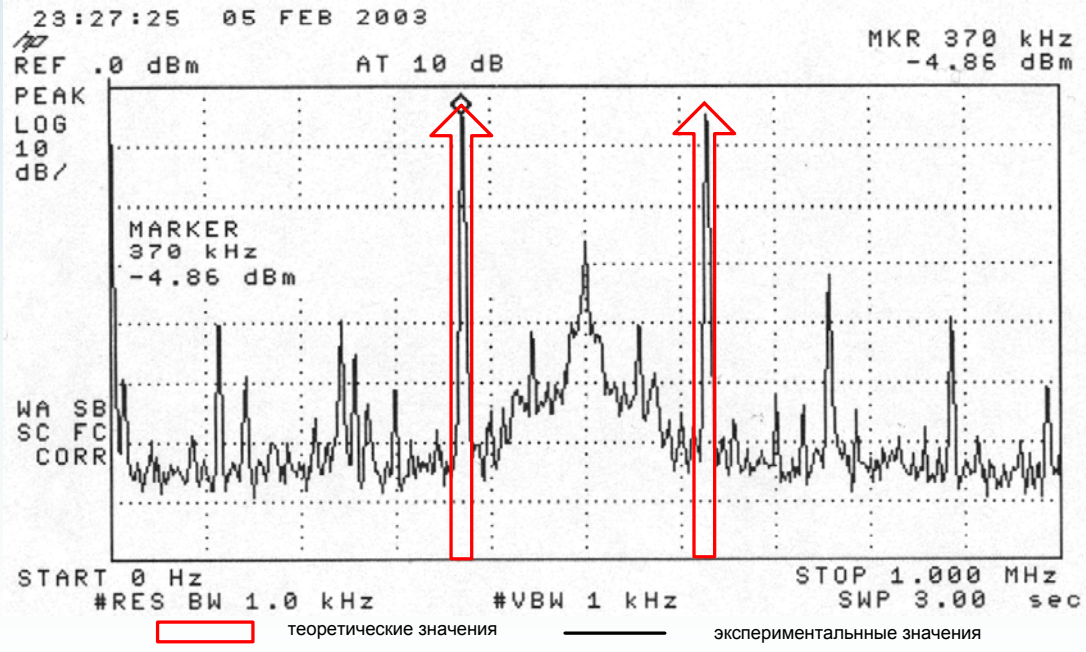
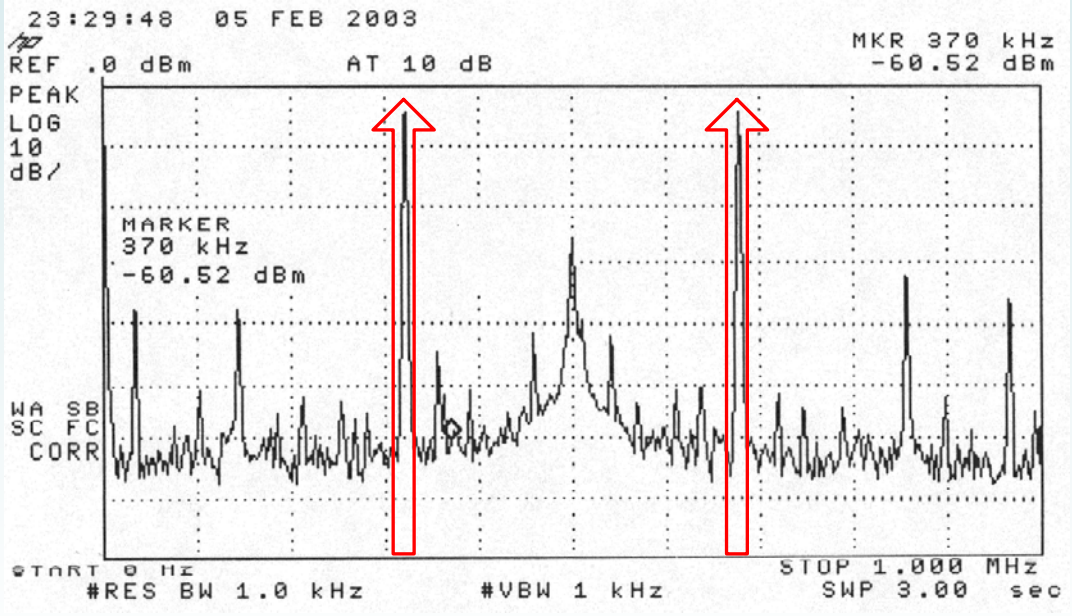


Рис. 8

Спектральная плотность сигнала на вых. DANG
при входном воздействии:

Вход	Сигнал	Ед. измерения
$U_{in}(t)$ (вх. ДУ)	$0.5\sin(2\pi f_0 t)$, f_0=180kHz	V
$\{\xi_k\}$ (вх.ЦАП)	$0.3\sin\left(\frac{\pi}{2}k\right)$	V

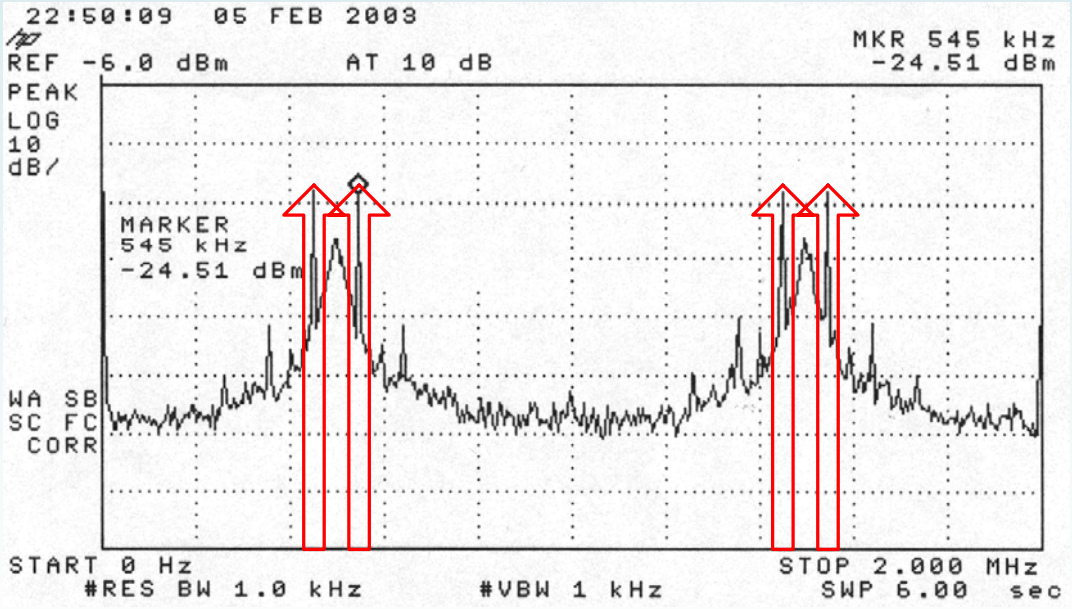


теоретические значения — экспериментальнные значения

Рис. 9

Спектральная плотность сигнала на вых. DANG
при входном воздействии:

Вход	Сигнал	Ед. измерения
$U_{in}(t)$ (вх. ДУ)	$0.05\sin(2\pi f_0 t)$, f_0=50kHz	V
$\{\xi_k\}$ (вх.ЦАП)	$0.3\sin\left(\frac{\pi}{2}k\right)$	V



теоретические значения — экспериментальнные значения

Рис. 10

Спектральная плотность сигнала на вых. DANG

при входном воздействии:

Вход	Сигнал	Ед. измерения
$U_{in}(t)$ (вх. ДУ)	$0.05\sin(2\pi f_0 t)$, f_0=170kHz	V
$\{\xi_k\}$ (вх.ЦАП)	$0.3\sin\left(\frac{\pi}{2}k\right)$	V

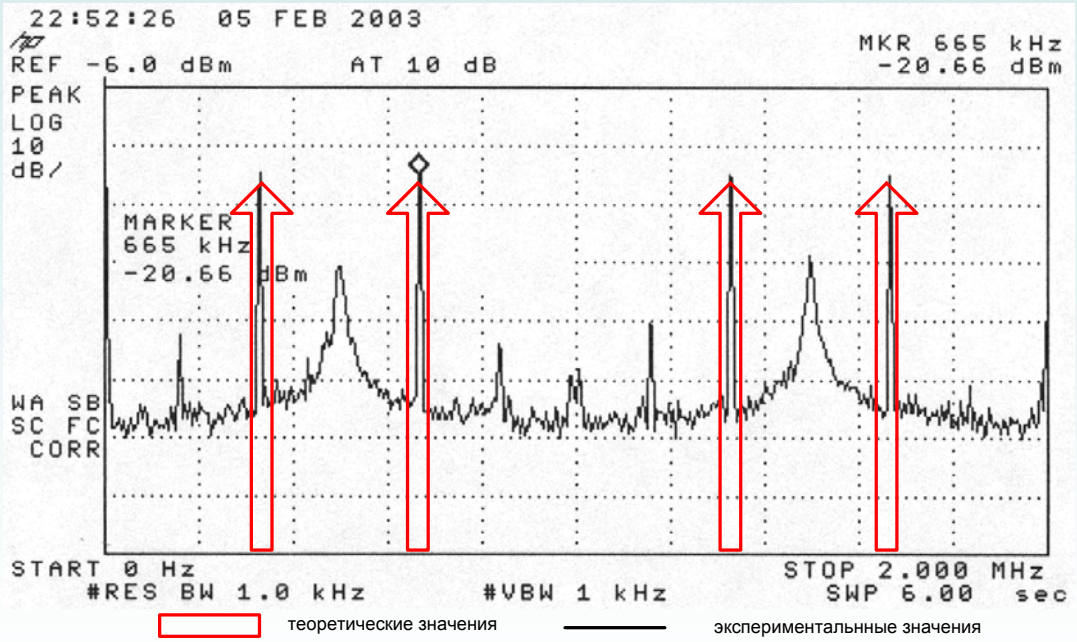


Рис. 11

Спектральная плотность сигнала на вых. DANG

при входном воздействии:

Вход	Сигнал	Ед. измерения
$U_{in}(t)$ (вх. ДУ)	$0.1\sin(2\pi f_0 t)$, f_0=25kHz	V
$\{\xi_k\}$ (вх.ЦАП)	$0.3\cdot\frac{1}{5}\sum_{n=0}^{4}\sin\left(\frac{\pi(2n+1)}{10}k\right)$	V

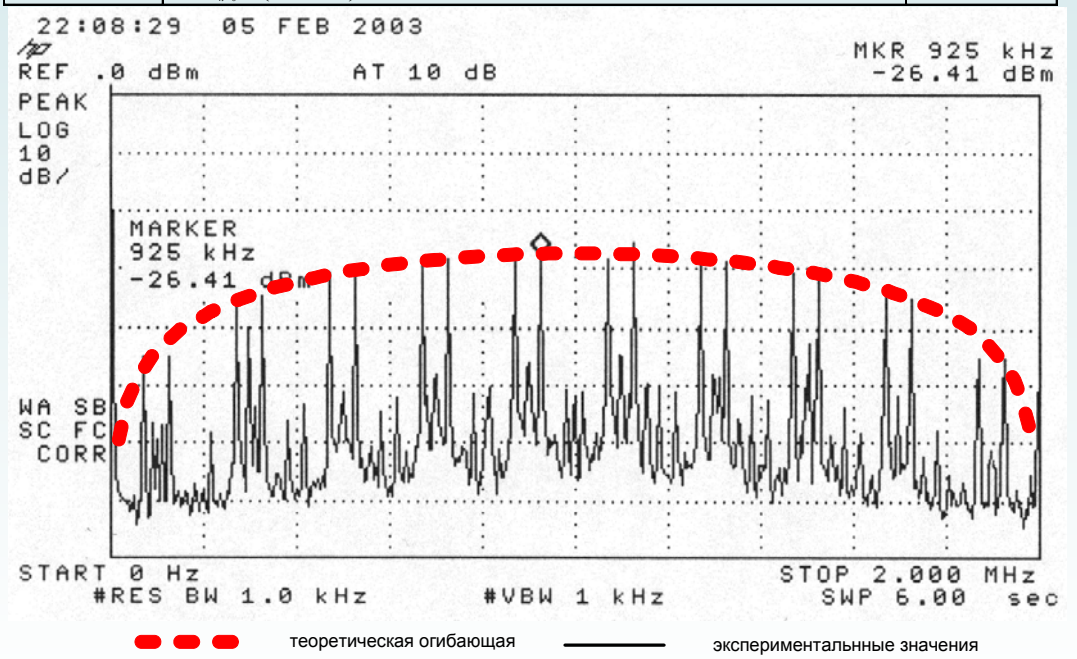


Рис. 12

Спектральная плотность сигнала на вых. DANG

при входном воздействии:

Вход	Сигнал	Ед. измерения
$U_{in}(t)$ (вх. ДУ)	$0.2\sin(2\pi f_0 t)$, f_0=25kHz	V
$\{\xi_k\}$ (вх.ЦАП)	$0.3\cdot\frac{1}{5}\sum_{n=0}^{4}\sin\left(\frac{\pi(2n+1)}{10}k\right)$	V

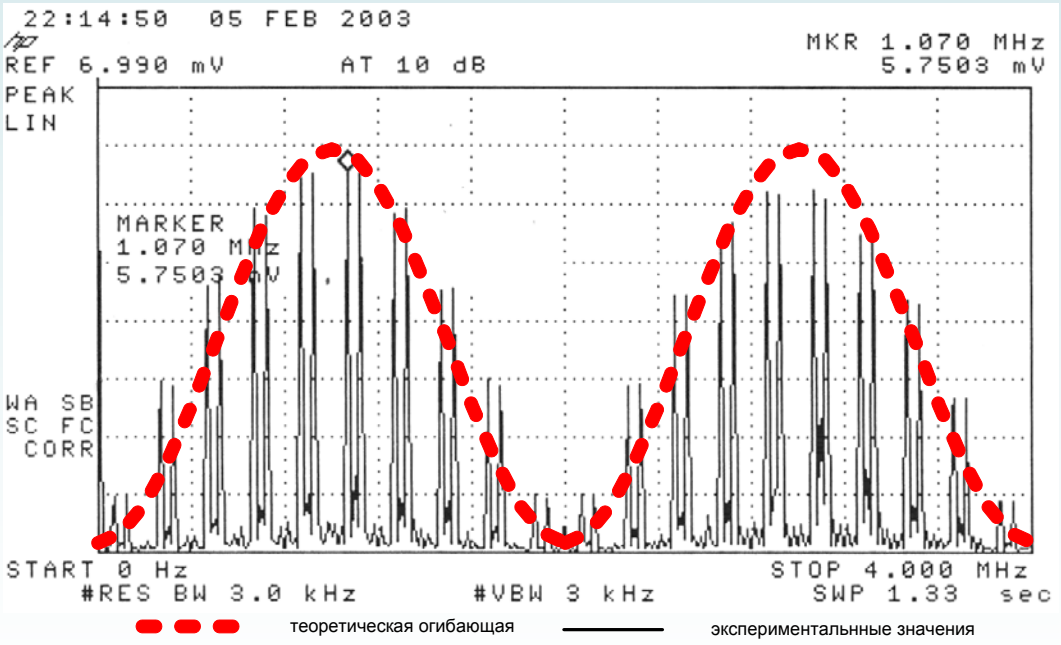


Рис. 13

Спектральная плотность сигнала на вых. ЦАП

при входном воздействии:

Вход	Сигнал	Ед. измерения
$U_{in}(t)$ (вх. ДУ)	0	V
$\{\xi_k\}$ (вх.ЦАП)	широкополосный случайный процесс с равномерным спектром (уровень -24dBm/1kHz) в дапазоне $\frac{1}{8}<\frac{\omega}{W}<\frac{3}{8}$, W– частота дискретизации (2MHz)	V

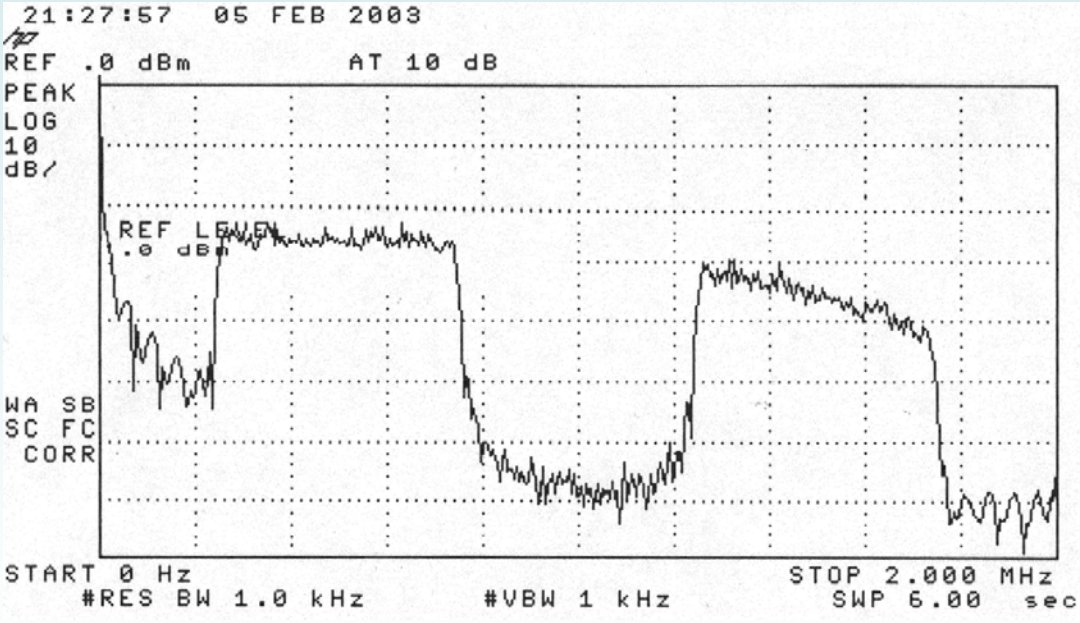
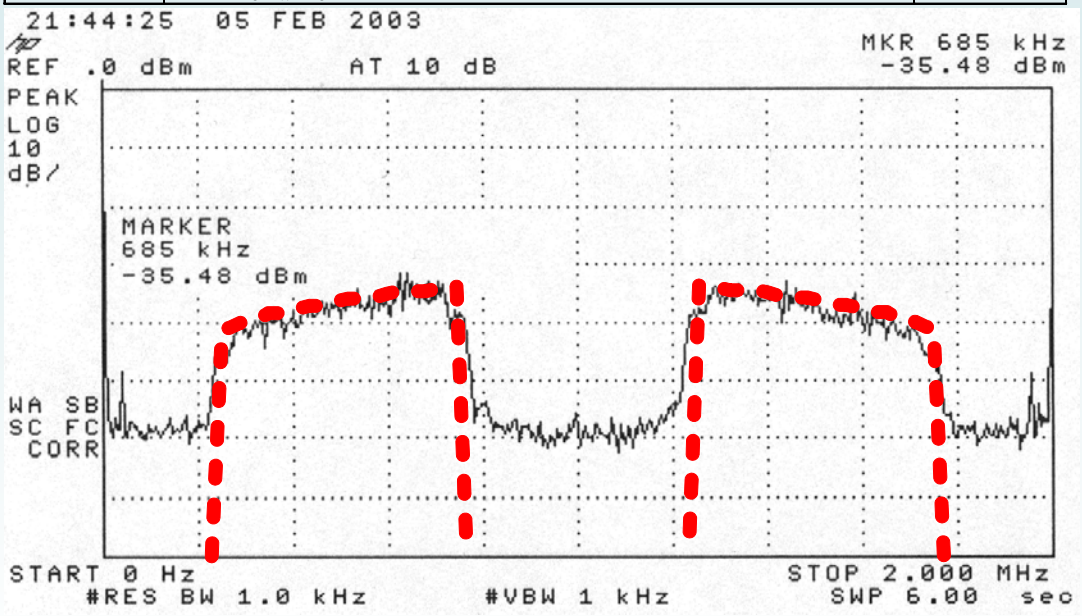


Рис. 14

Спектральная плотность сигнала на вых. DANG

при входном воздействии:

Вход	Сигнал	Ед. измерения
$U_{in}(t)$ (вх. ДУ)	$0.08\sin(2\pi f_0 t)$, f_0=20kHz	V
$\{\xi_k\}$ (вх.ЦАП)	широкополосный случайный процесс с равномерным спектром (уровень -24dBm/1kHz) в дапазоне $\frac{1}{8} < \frac{\omega}{W} < \frac{3}{8}$, W– частота дискретизации (2MHz)	V



теоретические значения — экспериментальные значения

Рис. 15

Библиографические ссылки

[1] B. Razavi, “Principles of Data Conversion System Design,” IEEE Press, 1995.

[2] A. Van den Bosch, M.A.F. Borremans, et. al. “A 10-bit 1-GSample/s Nyquist Current-Steering CMOS D/A Converter,” IEEE Journal of Solid State Circuits, Vol. 36, No. 3, pp.315-324, March 2001.

[3] Bennet, W. R. Spectra of quantized signals. *Bell System Techn.* ***J. 27, 3***, 329–45 1948.

[4] Katayoun Falakshahi, “High-Speed High-Resolution D/A Conversion in CMOS”, Ph.D. Dissertation, Stanford University, March 1999.

[5] *Analog-To-Digital and Digital-To-Analog Conversion Techniques,* David Hoeschele, John Wiley & Sons, 1994.

[6] Fourre R. D. – ‘Jitter, Jitter, Jitter…’ Application note AP-03, published by UltraAnalog Inc. Fremont, California, September 1992.